

*La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*  
*L'usage des instruments de calcul et du formulaire officiel, distribué par le centre d'examen, est autorisé.*

Exercice 1 (7 points)

Les 800 élèves d'un lycée possèdent une montre, soit du type  $M_1$ , soit du type  $M_2$ .

- Il y a 70% de montres de type  $M_1$ .
- la moitié des montres de type  $M_1$  a un bracelet en cuir.
- 16,25% des montres de type  $M_1$  ont un bracelet métallique.
- Parmi les montres de type  $M_2$ , il y a 3 fois plus de montres à bracelet en tissu que de montres à bracelet métallique.
- Il n'existe pas de montres de type  $M_2$  avec un bracelet en cuir.

1) Reproduire et compléter le tableau suivant :

|       | Cuir | Métal | Tissu | Total |
|-------|------|-------|-------|-------|
| $M_1$ |      |       |       |       |
| $M_2$ |      |       |       |       |
| Total |      |       |       | 800   |

2) Parmi l'ensemble de toutes les montres, quel est le pourcentage des montres de type  $M_2$  à bracelet en tissu ?

Parmi les montres de type  $M_2$ , quel est le pourcentage de celles qui ont un bracelet métallique ?

*Dans les questions suivantes, les probabilités seront données à  $10^{-3}$  près.*

3) On choisit un élève au hasard parmi les 800 élèves du lycée.

Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : "la montre de l'élève a un bracelet métallique" ;

B : "la montre de l'élève est de type  $M_2$ ".

4) Définir par une phrase les événements  $A \cap B$  et  $A \cup B$  puis calculer leur probabilité.

5) On choisit au hasard un élève ayant une montre de type  $M_1$ .

Quelle est la probabilité de l'événement C : "la montre de l'élève a un bracelet en tissu" ?

|                         |                 |   |   |  |
|-------------------------|-----------------|---|---|--|
| CODE EPREUVE<br>MAGBMEI |                 | EXAMEN :<br>Baccalauréat<br>technologique | SPECIALITE :<br>STL<br>Biochimie-Génie biologique |  |
| SESSION<br>2003         | SUJET           | EPREUVE : MATHÉMATIQUES                   |   |  |
| Durée : 2h              | Coefficient : 2 | Code sujet : 03MB302                      | Page 1/2  |  |

Exercice 2 : (13 points)

Partie A : Étude d'une fonction

Soit  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $[10 ; +\infty[$  par :

$$f(t) = \frac{\ln t - 2}{2t}.$$

1) Montrer que  $f(t)$  peut s'écrire sous la forme  $f(t) = \frac{1}{2} \frac{\ln t}{t} - \frac{1}{t}$ .

En déduire la limite de  $f(t)$  quand  $t$  tend vers  $+\infty$ .

2) Calculer  $f'(t)$  et montrer que  $f'(t) = \frac{3 - \ln t}{2t^2}$ .

3) Étudier le signe de  $f'(t)$  sur  $[10 ; +\infty[$  et dresser le tableau de variation de  $f$ .  
On fera figurer dans ce tableau les valeurs exactes de  $f(10)$  et de  $f(e^3)$ .

Partie B : Application

On se propose d'étudier la capacité pulmonaire de l'être humain en fonction de son âge  $t$ ,  $t$  représentant l'âge en année et  $g(t)$  la capacité pulmonaire en litre.

On admet que sur l'intervalle  $[10 ; 60]$  on a :  $g(t) = 220 f(t)$ .

1) Donner l'expression de  $g(t)$  sur  $[10 ; 60]$ .

2) En utilisant la partie A, préciser la capacité pulmonaire maximale et l'âge où elle est atteinte.

Donner une valeur approchée de l'âge à un an près et une valeur exacte puis approchée à  $10^{-1}$  près de cette capacité.

3) Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant :

|        |    |    |    |    |    |    |    |    |
|--------|----|----|----|----|----|----|----|----|
| t      | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 40 | 50 | 60 |
| $g(t)$ |    |    |    |    |    |    |    |    |

4) Construire (C) la courbe représentative de  $g$  dans le plan rapporté à un repère orthogonal.  
(Unités graphiques : 2 cm pour 10 ans sur l'axe des abscisses, 2 cm pour 1 litre sur l'axe des ordonnées.)

**Pour les questions 5 et 6, faire apparaître sur le graphique les tracés utiles.**

5) Déterminer graphiquement l'intervalle de temps durant lequel la capacité pulmonaire est supérieure ou égale à 5 litres.

6) Déterminer graphiquement à quel âge la capacité pulmonaire a diminué de 20% par rapport à la capacité pulmonaire maximale.

BACCALAURÉAT, SÉRIES STT spécialités comptabilité et gestion,  
informatique et gestion

STL spécialité biochimie - génie biologique  
FI2

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES

I. STATISTIQUE (SÉRIES STL, STT)

Moyenne, variance, écart type

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i ; \quad V(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\bar{x})^2$$

$$\sigma_x = \sqrt{V(x)}$$

Dans le cas d'un regroupement en classes :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^p n_i x_i ; \quad V(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^p n_i (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^p n_i x_i^2 - (\bar{x})^2$$

II. PROBABILITÉS

Si A et B sont incompatibles :  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Dans le cas général :  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) ; \quad P(\Omega) = 1 ; \quad P(\emptyset) = 0$$

Dans le cas équiprobable :  $P(A) = \frac{\text{Nombre d'éléments de } A}{\text{Nombre d'éléments de } \Omega}$

III. ALGÈBRE

A. SUITES ARITHMÉTIQUES, SUITES GÉOMÉTRIQUES

Suites arithmétiques

Premier terme  $u_0$  ;  $u_{n+1} = u_n + a$  ;  $u_n = u_0 + na$

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Suites géométriques

Premier terme  $u_0$  ;  $u_{n+1} = bu_n$  ;  $u_n = u_0 b^n$

$$\text{Si } b \neq 1, \quad S_n = 1 + b + b^2 + \dots + b^n = \frac{1 - b^{n+1}}{1 - b}$$

$$\text{Si } b = 1, \quad S_n = n + 1$$

B. IDENTITÉS REMARQUABLES

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 ; \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

C. ÉQUATION DU SECOND DEGRÉ

Soient  $a, b, c$  des nombres réels,  $a \neq 0$ , et  $\Delta = b^2 - 4ac$ .

L'équation  $ax^2 + bx + c = 0$  admet :

- si  $\Delta > 0$ , deux solutions réelles

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- si  $\Delta = 0$ , une solution réelle double

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- si  $\Delta < 0$ , aucune solution réelle.

Si  $\Delta \geq 0$ ,  $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$ .

## IV. ANALYSE

### A. PROPRIÉTÉS ALGÈBRIQUES DES FONCTIONS USUELLES

#### 1. Fonctions logarithme et exponentielle

$$\ln 1 = 0$$

$$\ln e = 1$$

$$\ln ab = \ln a + \ln b$$

$$\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$$

$$\text{Si } x \in ]-\infty, +\infty[ \text{ et } y \in ]0, +\infty[,$$

$$y = \exp x = e^x \text{ équivaut à } x = \ln y$$

$$e^0 = 1$$

$$e^{a+b} = e^a e^b$$

$$e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$$

$$a^x = e^{x \ln a} \quad (a > 0)$$

$$(e^a)^b = e^{ab}$$

$$\ln a^x = x \ln a$$

#### 2. Fonctions puissances

$$x^\alpha = e^{\alpha \ln x} \quad (x > 0)$$

$$x^0 = 1$$

$$x^{\alpha+\beta} = x^\alpha x^\beta$$

$$x^{\alpha-\beta} = \frac{x^\alpha}{x^\beta}$$

$$(x^\alpha)^\beta = x^{\alpha\beta}$$

$$\text{Si } n \in \mathbb{N}^*, x \in [0, +\infty[ \text{ et } y \in [0, +\infty[,$$

$$y = \sqrt[n]{x} \text{ équivaut à } x = y^n$$

### B. LIMITES USUELLES DE FONCTIONS

#### Comportement à l'infini

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{x \rightarrow +\infty} x^\alpha = +\infty; \quad \text{si } \alpha < 0, \lim_{x \rightarrow +\infty} x^\alpha = 0$$

#### Comportement à l'origine

$$\lim_{x \rightarrow 0} \ln x = -\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{x \rightarrow 0} x^\alpha = 0; \quad \text{si } \alpha < 0, \lim_{x \rightarrow 0} x^\alpha = +\infty$$

#### Croissances comparées à l'infini

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty, n \text{ entier naturel}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0, n \text{ entier naturel non nul}$$

C. DÉRIVÉES ET PRIMITIVES (Les formules ci-dessous peuvent servir à la fois pour calculer des dérivées et des primitives)

1. Dérivées et primitives des fonctions usuelles

| $f(x)$                              | $f'(x)$               | Intervalle de validité           |
|-------------------------------------|-----------------------|----------------------------------|
| $k$                                 | $0$                   | $]-\infty, +\infty[$             |
| $x$                                 | $1$                   | $]-\infty, +\infty[$             |
| $x^n, n \in \mathbb{N}^*$           | $nx^{n-1}$            | $]-\infty, +\infty[$             |
| $\frac{1}{x}$                       | $-\frac{1}{x^2}$      | $]-\infty, 0[$ ou $]0, +\infty[$ |
| $\frac{1}{x^n}, n \in \mathbb{N}^*$ | $-\frac{n}{x^{n+1}}$  | $]-\infty, 0[$ ou $]0, +\infty[$ |
| $\sqrt{x}$                          | $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ | $]0, +\infty[$                   |
| $x^\alpha, \alpha \in \mathbb{R}$   | $\alpha x^{\alpha-1}$ | $]0, +\infty[$                   |
| $\ln x$                             | $\frac{1}{x}$         | $]0, +\infty[$                   |
| $e^x$                               | $e^x$                 | $]-\infty, +\infty[$             |

(SÉRIES F12, STL)

|          |           |                      |
|----------|-----------|----------------------|
| $\cos x$ | $-\sin x$ | $]-\infty, +\infty[$ |
| $\sin x$ | $\cos x$  | $]-\infty, +\infty[$ |

2. Opérations sur les dérivées

$$(u+v)' = u' + v'$$

$$(ku)' = ku'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$(v \circ u)' = (v' \circ u)u'$$

$$(e^u)' = e^u u'$$

$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}, \quad u \text{ à valeurs strictement positives}$$

$$(u^\alpha)' = \alpha u^{\alpha-1} u'$$

D. CALCUL INTÉGRAL (SÉRIES F12, STT)

Formule fondamentale

Si  $F$  est une primitive de  $f$ , alors  $\int_a^b f(t)dt = F(b) - F(a)$

Formule de Chasles

$$\int_a^c f(t)dt = \int_a^b f(t)dt + \int_b^c f(t)dt$$

$$\int_b^a f(t)dt = -\int_a^b f(t)dt$$

Linéarité

$$\int_a^b (\alpha f(t) + \beta g(t))dt = \alpha \int_a^b f(t)dt + \beta \int_a^b g(t)dt$$

Positivité

Si  $a \leq b$  et  $f \geq 0$ , alors  $\int_a^b f(t)dt \geq 0$ .

Intégration d'une inégalité

Si  $a \leq b$  et  $f \leq g$ , alors  $\int_a^b f(t)dt \leq \int_a^b g(t)dt$

Valeur moyenne de  $f$  sur  $[a, b]$  :  $\frac{1}{b-a} \int_a^b f(t)dt$

E. ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES (SÉRIE STL)

| Équations     | Solutions sur $]-\infty, +\infty[$ |
|---------------|------------------------------------|
| $y' - ay = 0$ | $f(x) = ke^{ax}$                   |