

CORRIGE

Ces éléments de correction n'ont qu'une valeur indicative. Ils ne peuvent en aucun cas engager la responsabilité des autorités académiques, chaque jury est souverain.

Corrigé et barème

Exercice 1 (4 points)

1. a) Les solutions sont $4 + 4i$ et $4 - 4i$. 1,5 (0,5 + 1)

b) $4 + 4i = 4\sqrt{2} e^{\frac{i\pi}{4}}$ et $4 - 4i = 4\sqrt{2} e^{-\frac{i\pi}{4}}$

2. $4e^{\frac{i\pi}{3}} = 2 + 2i\sqrt{3}$. 0,5

3. a) Placer les points. 2 (0,5 + 1,5)

b) Produit scalaire ou théorème de Pythagore ou triangle inscrit dans le cercle de centre $I(4;0)$ et de rayon 4, ou toute autre méthode prouvant que le triangle est rectangle en C.

4

Exercice 2 (5 points)

1. a) $1/LC = 1,6 \times 10^5$. 2 (0,5 + 0,5 + 1)

b) $y = A \cos(400t) + B \sin(400t)$, avec A et B réels.

c) $y' = 400A \sin(400t) + 400B \cos(400t)$, donc $A = 6 \times 10^{-3}$ et $B = 0$.

D'où $q(t) = 6 \times 10^{-3} \cos(400t)$.

2. a) Calcul de $-q'(t)$: $2,4 \sin(400t)$. 3 (0,5 + 1 + 1,5)

b) L'intégrale est nulle.

c) $I_e^2 = 2,88$. Donc $I_e \approx 1,697$.

5

Problème (11 points)

Partie A (4 points)

1. a) $g(2) = 0$. 1,5 (0,5 + 0,5 + 0,5)

b) $g'(2) = 3/2$.

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$.

$x \rightarrow +\infty$

d) Étude graphique du signe : $g(x) < 0$ pour $1 < x < 2$.

$$g(x) > 0 \text{ pour } x > 2.$$

2. a) $g_1(2) = g_2(2) = g_3(2) = 0$. On ne peut éliminer aucune fonction. 2,5

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} g_1(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} g_2(x) = 1$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g_3(x) = +\infty$. On peut éliminer g_3 . (0,25 + 0,75 + 1,5)

$x \rightarrow +\infty$ $x \rightarrow +\infty$ $x \rightarrow +\infty$

c) $g_1'(x) = 1/(x-1)^2$ et $g_1'(2) = 1$.

$$g_2'(x) = \frac{4x-2}{(x^2-x)^2} \text{ et } g_2'(2) = \frac{3}{2}. g_1' \text{ ne convient pas donc } g = g_2.$$

Partie B (5 points)

1. a) $\ln a - \ln b = \ln a/b$ avec a et b strictement positifs.
 b) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = +\infty$, asymptote d'équation $x = 1$.

1 (0,25 + 0,75)

2. a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

2

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x+1)) = 0$. D'où l'asymptote.

(0,5 + 0,5 + 0,75 + 0,25)

c) $\frac{x}{x-1} - 1 = \frac{1}{x-1} > 0$ car $x > 1$.

\ln est une fonction croissante donc $\ln \frac{x}{x-1} > \ln 1$, c'est-à-dire $\ln \frac{x}{x-1} > 0$ pour x élément de $]1; +\infty[$.

d) La courbe est au-dessus de la droite pour x élément de $]1; +\infty[$.

3. a) $f'(x) = g(x)$.

b) Tableau.

2 (1 + 1)

x	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		- 0 +	
$f(x)$	$+\infty$	$3 + 2 \ln 2$	$+\infty$

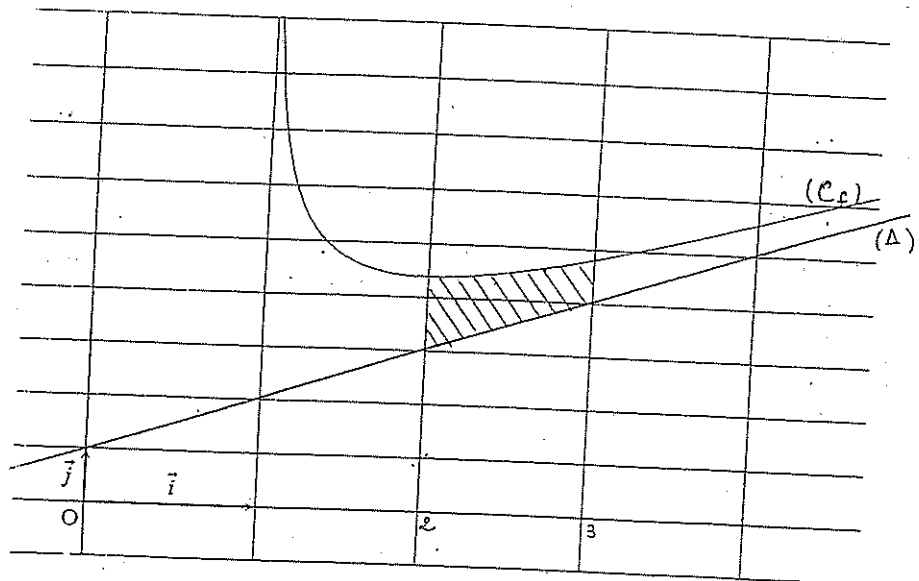
Partie C (2 points)

1) $H'(x) = \ln x - \ln(x-1)$.

2. a) Feuille annexe : droite et partie hachurée.

0,5

1,5 (0,25 + 1,25)



b) L'aire vaut $6 \ln 3 - 8 \ln 2$, soit $1,05$ à 10^{-2} près par excès.