

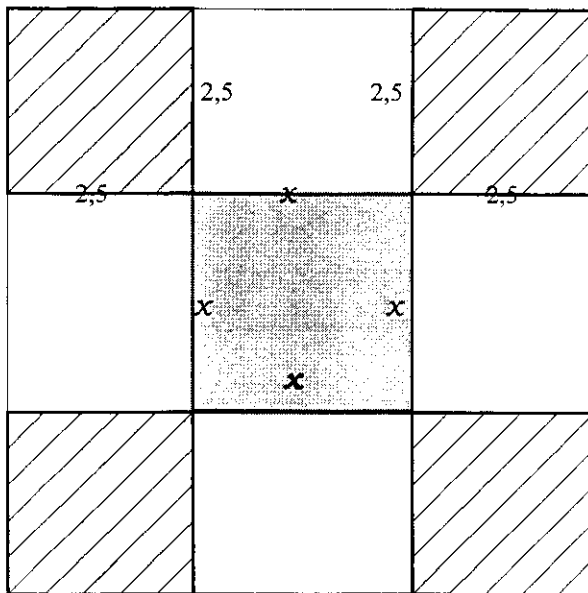
PREMIER VOLET
Partie Notionnelle
(8 points)

Exercice 1

Le but de cet exercice est d'appliquer une présentation non familière utilisée par le mathématicien arabe Al huwarizmi au 9^{ème} siècle pour trouver une solution positive d'une équation du second degré.

Exemple

Recherche d'une solution de l'équation $x^2 + 10x = 39$



L'aire du carré central grisé est x^2 .

L'aire d'un rectangle blanc est $2,5x$ et l'aire des quatre rectangles blancs est $4 \times 2,5x$ soit $10x$.

L'aire du carré central et des quatre rectangles blancs est : $x^2 + 10x$, qui est égal à 39 d'après l'équation.

L'aire des quatre carrés hachurés est

$$4 \times (2,5)^2 = 25$$

Donc l'aire du grand carré est $25 + 39 = 64$

et le côté du grand carré est $\sqrt{64}$ soit 8.

On peut maintenant obtenir x qui est solution de l'équation du premier degré

$$x + 2 \times 2,5 = 8$$

$$\text{soit } x + 5 = 8 \quad x = 8 - 5 \quad \text{et } \mathbf{x = 3}$$

1) Vérifier que 3 est bien solution de l'équation $x^2 + 10x = 39$.

2) En s'appuyant sur une représentation des différentes aires qu'il faudra dessiner, produire un raisonnement identique pour l'équation $x^2 + 2x = 24$.

3) Ecrire sans justification la suite des calculs (un seul calcul par ligne) vous permettant de calculer l'une des solutions de :

$$x^2 + 5x = 84.$$

4) Décrire en langage courant cet **algorithme** particulier indiquant une **méthode générale** dans le cas $x^2 + ax = b$ (a et b étant deux entiers positifs et l'équation possédant au moins une solution positive).

CODE EPREUVE : XXXXXX		CONCOURS	SPECIALITE : PROFESSEURS DES ECOLES	
SESSION 2000	SUJET	EPREUVE : Mathématiques		
Durée : 3h	Coefficient : 4	Code sujet : 94NB00	Page : 1/8	

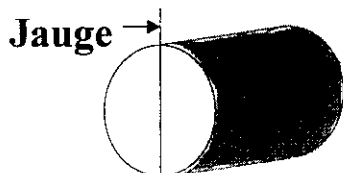
Exercice 2

Il s'agit dans cet exercice de graduer en litres la jauge d'une citerne.

Une citerne (destinée à contenir du fuel) de forme cylindrique a pour dimensions internes un diamètre de 2 mètres et une hauteur de 3,6 mètres. Elle est disposée couchée, son axe étant parfaitement horizontal.

Pour connaître le niveau du fuel dans la cuve, on dispose d'une jauge comme indiqué sur le schéma ci-dessous.

La jauge, verticale, suit un diamètre et est perpendiculaire à la surface du fuel.



Questions :

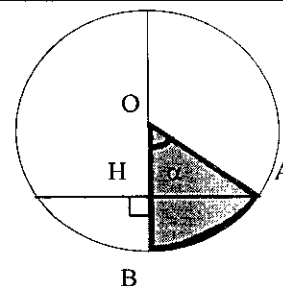
1. Capacité de la cuve :

- Exprimer, en m^3 , la capacité exacte de la cuve.
- Comment choisir la valeur approchée de π à utiliser pour déterminer cette capacité au litre près par défaut ?

2. Calcul du volume de fuel pour un niveau de 50 cm indiqué par la jauge :

Les rappels suivants vous sont donnés:

α en degrés	0	30	45	60	90
Cos α	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
Sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1



$$\cos \alpha = \frac{OH}{OA}$$

$$\sin \alpha = \frac{AH}{OA}$$

a) Déterminer la valeur en degrés de l'angle α correspondant à une hauteur de fuel de 50 cm indiquée par la jauge.

b) Calculer en m^2 l'aire du secteur angulaire BOA (grisé) correspondant, que l'on notera A_{50} .

c) En déduire la quantité exacte de fuel en m^3 pour une jauge indiquant un niveau de 50 cm. Donner ce volume au litre près par défaut.

3 On note C la courbe représentative du volume de fuel (exprimé en litres) en fonction du niveau indiqué par la jauge (exprimé en centimètres).

Echelle : 1 cm pour 20 cm en abscisse et 1 cm pour 600 litres en ordonnées.

a) Tracer selon l'échelle indiquée la courbe représentative, pour un niveau variant de 0 à 100, en utilisant les données exactes fournies par le tableau suivant,

Hauteur du niveau en cm.	0	10	30	40	60	70	80	90	100
Volume de fuel arrondi au litre près par défaut.	0	210	1065	1608	2853	3528	4224	4935	5655

et la réponse à la question 2.c.

b) Quelles considérations sur la forme de la citerne permettent de compléter ce précédent tracé pour obtenir la courbe C en totalité ?

En précisant les instruments utilisés, décrire une construction géométrique permettant de compléter le tracé sur l'intervalle $[100, 200]$

PREMIER VOLET
Analyse de travaux d'élèves
(4 points)

Voici le texte d'une situation problème proposée à des élèves de CE2 (première année de cycle 3)

"Pour la fête de l'école, les 25 élèves d'une classe de CE1-CE2 préparent des bouquets de roses. Ils disposent de 21 roses rouges et 18 roses blanches. Ils décident de faire des bouquets de 5 roses d'une même couleur."

Suivent plusieurs questions dont les 1, 4 et 5 qui sont proposées pour cette réflexion.

(Voir documents annexes)

A propos de la question 1

- 1) Analyser les réponses des élèves A et B.
- 2) Quelle hypothèse peut être formulée pour expliquer la réponse (opération + phrase réponse) de l'élève C ?

A propos des questions 4 et 5

- 3) Proposer et justifier un classement des travaux des élèves D, E, F, G, H, et I mettant en relief une progression dans l'élaboration des stratégies.
- 4) Quelle notion commune a permis à ces 6 élèves de répondre à la double question posée ?
- 5) Analyser la production de l'élève E, en particulier sa technique opératoire. (Aucune technique concernant la division n'a été introduite dans la classe.)

Question 1

1 - Combien y a-t-il de roses rouges de plus que de roses blanches ?

ELEVE A

$$18 + 3 = 21$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ + 3 \\ \hline 21 \end{array}$$

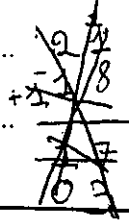
Il y a 3 roses rouges de plus que les blanches.

1 - Combien y a-t-il de roses rouges de plus que de roses blanches ?

ELEVE B

$$21 - 18 = 3$$

Il y a 3 roses ^{blanche} de moins que les rose rouge.



1 - Combien y a-t-il de roses rouges de plus que de roses blanches ?

ELEVE C

$$21 + 18 = 39$$

il y a 3 rose rouge de plus que de rose blanche

$$21$$

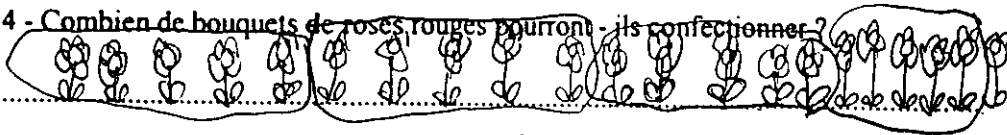
$$- 18$$

$$\hline 39$$

Questions 4 et 5

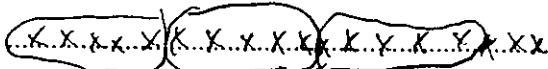
ELEVE D

4 - Combien de bouquets de roses rouges pourront-ils confectionner ?



ont en pourrait faire 4 bouquets

5 - Combien de bouquets de roses blanches pourront-ils confectionner ?



ont en pourrait faire 3 bouquets

4 - Combien de bouquets de roses rouges pourront-ils confectionner ?

ELEVE E

$$21 : 5 = 4$$

Ils pourront confectionner 4 bouquets.

$$\begin{array}{r} 21 \overline{) 5} \\ \underline{20} \\ 1 \end{array}$$

5 - Combien de bouquets de roses blanches pourront-ils confectionner ?

$$18 : 5 =$$

Ils pourront confectionner 3 bouquets.

$$\begin{array}{r} 18 \overline{) 5} \\ \underline{15} \\ 3 \end{array}$$

4 - Combien de bouquets de roses rouges pourront - ils confectionner ?

ÉLÈVE E

$5 + 5 + 5 + 5 = 20$

On peut faire 4 bouquets de roses rouges

$$\begin{array}{r}
 5 \\
 + 5 \\
 + 5 \\
 + 5 \\
 \hline
 20
 \end{array}$$

5 - Combien de bouquets de roses blanches pourront - ils confectionner ?

$5 + 5 + 5 = 15$

On peut faire 3 bouquets de roses blanches.

$$\begin{array}{r}
 5 \\
 + 5 \\
 + 5 \\
 \hline
 15
 \end{array}$$

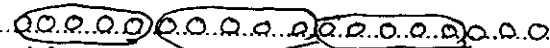
4 - Combien de bouquets de roses rouges pourront - ils confectionner ?

ÉLÈVE G



Ils pourront faire 4 bouquets de roses rouges.

5 - Combien de bouquets de roses blanches pourront - ils confectionner ?



Ils pourront faire 3 bouquets de roses blanche.

4 - Combien de bouquets de roses rouges pourront - ils confectionner ?

ÉLÈVE H

$4 \times 5 + 1 = 21$

On pourra en faire 4.

$$\begin{array}{r}
 \times 4 \\
 5 \\
 + 1 \\
 \hline
 21
 \end{array}$$

5 - Combien de bouquets de roses blanches pourront - ils confectionner ?

$3 \times 5 + 3 = 18$

On pourra en faire 4.

$$\begin{array}{r}
 \times 3 \\
 5 \\
 + 3 \\
 \hline
 18
 \end{array}$$

4 - Combien de bouquets de roses rouges pourront - ils confectionner ?

ÉLÈVE I

$4 \times 5 = 20 + 1 = 21$. Ils pourront confectionner 4 bouquets de roses rouges.

5 - Combien de bouquets de roses blanches pourront - ils confectionner ?

$3 \times 5 = 15 + 3 = 18$. Ils pourront confectionner 3 bouquets de roses blanches.

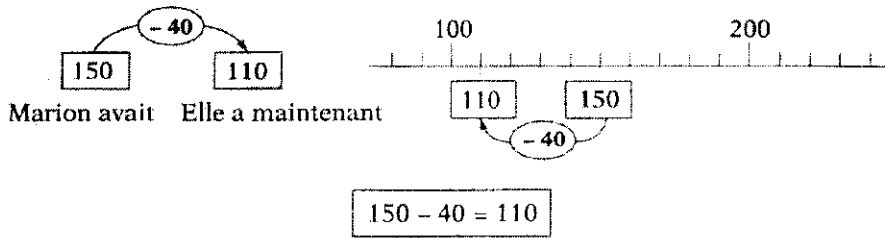
DEUXIEME VOLET
Partie Didactique
(8 points)

Le document de l'annexe 1 est une copie de la page 28 du manuel « MathElem » pour le cycle 3, Collection BELIN. Il présente une situation destinée à des élèves de CE2

- 1) Quel est l'objectif principal de la séquence ?
- 2) Citer 2 compétences en mathématiques pré-requises pour les élèves qui abordent cette page.
- 3) La situation 1 a été schématisée dans le deuxième cadre de la page. Quels sont les avantages et les inconvénients de cette schématisation ?
- 4) Dans cette séquence, on privilégie un des sens de la soustraction. Lequel ?
A partir du texte de la situation 1, proposer une formulation qui n'utilise pas les mots inducteurs de la conclusion.
- 5) Donner deux autres sens de la soustraction qu'il convient de travailler avec les élèves.
Illustrer chacun d'eux par un énoncé d'exercice.
- 6) Donner deux caractéristiques de l'évolution des situations-problèmes présentées sur cette page. Justifier la réponse.

1 Marion avait 150 francs dans sa tirelire. Elle a dépensé 40 francs pour offrir des fleurs à sa maman.

- a. Recopie les phrases qui sont vraies.
- Maintenant, Marion a moins d'argent qu'avant.
 - Maintenant, Marion a plus d'argent qu'avant.
 - Le contenu de sa tirelire a diminué.
 - Le contenu de sa tirelire a augmenté.
- b. Combien Marion a-t-elle maintenant ?



La **soustraction** sert à trouver le résultat d'un **retrait** (on a **retranché**), d'une **perte** (on a **perdu**), d'une **diminution** (on a **diminué**).

2 Paul avait 368 timbres ; il en a donné 50 à sa sœur.
Combien en a-t-il maintenant ?

3 Il y avait 60 truffes en chocolat dans la boîte.
Les 25 élèves de la classe et leur maître en ont mangé une chacun.
Combien en reste-t-il ?



4 Pour son anniversaire Madame Lafleur a reçu un bouquet de 55 roses.
Trois jours après, elle en enlève 16 qui sont fanées.
De combien de roses le bouquet est-il alors composé ?

5 La cuve était pleine d'eau.
Monsieur Fatta a puisé cinq arrosoirs de 12 litres chacun pour arroser ses rosiers.
Quelle quantité d'eau reste-t-il dans la cuve après l'arrosage ?

