CORRIGE

Ces éléments de correction n'ont qu'une valeur indicative. Ils ne peuvent en aucun cas engager la responsabilité des autorités académiques, chaque jury est souverain.

CONCOURS EXTERNE DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ÉCOLES

Session 2003

ÉPREUVE D'ADMISSIBILITÉ

MATHÉMATIQUES

Durée : 3 heures
Note éliminatoire : 5/20

CORRIGÉ

PREMIER VOLET (12 points)

Première épreuve (8 points)

Exercice 1 : La réponse est non ; on attend un contre-exemple rédigé. **(1 pt)**

Exercice 2 : soit $\overline{xyz}$ le nombre. **(1,5 pt)**

$$\begin{cases} x+y+z=16 \\ 100y+10x+z=100x+10y+z+450 \\ 100z+10y+x=100x+10y+z+198 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y+z=16 \\ -90x+90y=450 \\ -99x+99z=198 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+z=16 \\ -x+y=5 \\ -x+z=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=8 \\ z=5 \end{cases}$$

Le nombre recherché est 385.

Exercice 3 : **(1,5 pt)**

1. On appelle x le prix d'achat du lot d'ordinateurs :
   $\frac{x}{3} \times 1{,}20 + \frac{x}{4} \times 1{,}16 + (1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{4}) \times x \times 0{,}93$
   $= x \times (0{,}4 + 0{,}29 + 0{,}3875) = 1{,}0775x$
   Le pourcentage de bénéfice est donc de 7,75 %

2. $\frac{2976}{0{,}0775} = 38400$; le montant des achats est 38 400 €.

Exercice 4 : A **(2,5 pts)**

1.
$\frac{GN}{GE} = \frac{MN}{FE}$

$\frac{GN}{5{,}4} = \frac{x}{7{,}2} \Rightarrow GN = \frac{5{,}4}{7{,}2}x = \frac{3}{4}x$

$EN = GE - GN = 5{,}4 - \frac{3}{4}x$

2. Lorsque MN = NE, donc :
$5{,}4 - \frac{3}{4}x = x \Rightarrow x = \frac{4}{7} \times 5{,}4 = \frac{21{,}6}{7} = \frac{216}{70} = \frac{108}{35}$

3. $\mathcal{A}(x) = x\,(5{,}4 - \frac{3}{4}x)$

4. $\mathcal{A}(2) = 7{,}8$
   $\mathcal{A}(3{,}2) = 9{,}6$
   $\mathcal{A}(5{,}8) = 6{,}09$

5. $x = 3{,}6$

$\frac{GM}{GF}=\frac{MN}{FE}=\frac{3{,}6}{7{,}2}=\frac{1}{2}$ donc M est le milieu de [FG].

$\mathcal{A}_{MNEP} = (5{,}4 - \frac{3}{4} \times 3{,}6) \times 3{,}6 = 9{,}72$

$\mathcal{A}_{EFG} = \frac{5{,}4\times7{,}2}{2} = 19{,}44$

$\frac{\mathcal{A}_{MNEP}}{\mathcal{A}_{EFG}}=\frac{9{,}72}{19{,}44}=\frac{1}{2}$ (ou toute autre démonstration)

B. **(1,5 pt)**

1. D'après le théorème de Pythagore, $FG = \sqrt{FE^2+EG^2} = \sqrt{7{,}2^2+5{,}4^2} = 9$

2. MNEP étant un rectangle, ME = NP, donc rendre NP minimal revient à rendre ME minimal. ME doit donc être la distance du point E à la droite (FG) : par conséquent, M est le pied de la hauteur issue de E dans le triangle EFG (ou (ME) $\perp$ (FG)).

3. $\mathcal{A}_{EFG} = \frac{GE\times FE}{2}$

   $\mathcal{A}_{EFG} = \frac{GF\times ME}{2}$

   d'où $GE \times FE = GF \times ME$

   $ME = \frac{GE\times FE}{GF}=\frac{5{,}4\times7{,}2}{9}=4{,}32$

   D'après le théorème de Pythagore, $MG = \sqrt{GE^2-ME^2} = \sqrt{5{,}4^2-4{,}32^2} = 3{,}24$

Deuxième épreuve (4 points)

1. Compétences mathématiques **(1 pt)**
   - Résoudre des problèmes en utilisant les connaissances sur les nombres naturels et sur les opérations étudiées (ici addition et soustraction)

   Compétences transversales :
   - lire correctement un énoncé de problème.
   - traiter les informations (tirer les données de l'énoncé)

2. **(0,5 pt)**

   Difficulté liée au nombre de données, présence d'une donnée inutile. Pas d'étape intermédiaire dans la question (on aurait pu demander le nombre de filles dans la deuxième classe)

3. **(2,5 pts)**

   Tous les élèves ont pensé à mettre en œuvre une soustraction. Ils maîtrisent tous les techniques de calcul sauf Suel.

   Lelie travaille davantage sur le sens du problème et non la technique. Elle est très organisée dans sa procédure (elle écrit ce qu'elle calcule à chaque étape) ce qui lui permet d'aller au bout de son raisonnement avec succès. Elle hiérarchise bien les étapes. Elle trie les données. Elle maîtrise le sens de la soustraction.

Romain et Jérémy sont dans la technique opératoire. Malgré un bon départ qui laisserait supposer un bon tri des informations, ils perdent le sens des calculs effectués et n'arrivent pas à hiérarchiser les étapes.
L'erreur de Jérémy est peut-être due à une volonté d'utiliser toutes les données de l'énoncé.
Grégory a compris que le problème fait appel aux soustraction mais n'a pas une lecture assurée du texte. Il a visiblement des difficultés en lecture/écriture.
Suel n'a pas du tout le sens du problème. Il ne sait pas ce qu'il cherche.

DEUXIEME VOLET (8 points)

I – 1. Prendre connaissance des différentes procédures pour résoudre un problème de partage équitable et se les approprier **(0,5 pt)**

2. Au cycle 3 (encore appelé cycle des approfondissements) en CE2. **(0,5 pt)**

3. a) **(1,5 pt)**

- Sébastien procède par essais successifs, en écrivant des multiplications par 3.
  - il utilise la table de multiplication par 3 ou la multiplication.
  - si chacun à 10 bonbons, cela fait 30 bonbons données en tout ; il en reste encore beaucoup ; il essaie donc 11 bonbons, ... jusqu'à obtenir 41 bonbons.
- Mélanie et Cécile procèdent par distribution, avec schéma :
  - elles utilisent le sens de l'écriture du nombre 41 : 4 dizaines et 1 unité, elles représentent 4 dizaines et 1 bonbon.
  - elles distribuent à chacun 10 bonbons, cela fait 30 bonbons donnés en tout.

Cécile voit d'emblée qu'elle peut ouvrir la dernière boîte dans laquelle il reste 10 bonbons et qu'elle peut encore donner 3 bonbons à chacun.
Mélanie ne le voit pas.

b) Mélanie conçoit la dizaine mais ne parvient pas à revenir à l'équivalence 1 dizaine c'est 10 unités. **(0,5 pt)**

c) Pour aborder la question du partage avec reste puisque 41 n'est pas divisible par 3.
$41 = 3 \times 13 + 2$ **(0,5 pt)**

4. **(0,75 pt)**

Lecture pour valider ou non les solutions de Sébastien, Mélanie et Cécile. Ils s'approprient un raisonnement.
Résolution personnelle, puis comparaison avec les solutions de Mélanie, Sébastien et Cécile.
L'élève se contente de vérifier le résultat proposé (le total "fait" 41)

5. a) **(0,5 pt)**

C'est dans le travail en groupes que les enfants construisent un savoir. Ils échangent, débattent, argumentent et répondent à la consigne. On peut aussi évoquer l'éducation à la citoyenneté.

b) **(0,5 pt)**

C'est la validation du travail de chaque groupe (échanges, confrontations des réponses, argumentations ...) qui permet d'installer une nouvelle représentation donc un savoir

II - 1. Les problèmes 1 et 5 **(0,5 pt)**

2. Dans cette activité, la recherche est individuelle **(0,75 pt)**

L'élèves doit reconnaître la situation problème liée à un partage équitable parmi d'autres qui n'y font pas appel, ce qui évite la reproduction systématique d'une méthode qui vient d'être mise en place. L'élève doit choisir de réinvestir la situation précédente ou des connaissances antérieures.

3. La consigne laisse à l'élève la possibilité de résoudre une situation problème à différents niveaux : procédures expertes ou non. **(0,5 pt)**

III – Un problème de partage peut être résolu : **(1 pt)**

- dès la GS de maternelle en s'appuyant uniquement sur des compétences relatives au dessin ou au dénombrement.
- au cycle 2, les élèves peuvent résoudre le même type de problèmes (posés avec des nombres plus grands qu'en maternelle) à l'aide de l'addition ou de la soustraction réitérée ou de leurs premières connaissances sur la multiplication.
- au cycle 3, en partant des procédures élaborées précédemment (maternelle et cycle 2), en les organisant et en cherchant comment réduire le nombre d'étapes, ils élaborent des techniques de calcul pour une nouvelle opération (ici la division) qu'ils reconnaissent alors comme pertinente pour résoudre tous ces types de problèmes.

La notion se construit ainsi dans la durée, comme un outil pour résoudre un problème.