

CORRIGE

Ces éléments de correction n'ont qu'une valeur indicative. Ils ne peuvent en aucun cas engager la responsabilité des autorités académiques, chaque jury est souverain.

**CONCOURS EXTERNE D'ACCÈS À LA
SECONDE ANNÉE DES CENTRES DE
FORMATION PÉDAGOGIQUE PRIVÉS**

SESSION 2005

ÉPREUVE D'ADMISSIBILITÉ

MATHÉMATIQUES

Durée : 3 heures

Coefficient : 4

CORRIGÉ

1- Modèle 1

1-1 Calculer le montant de l'impôt à payer pour chacun des célibataires suivants (0,75pt)

Camille, 600 euros

Benoît, 2 000 euros

Delphine, 4 000 euros

1-2

Déterminer l'expression $f(x)$ donnant le montant de l'impôt à payer en fonction du revenu imposable x . (0,5pt)

$$f(x) = 0,1x$$

ou une écriture équivalente

De quel type est cette fonction f ? (0,5pt)

La fonction f est linéaire.

1-3 Réaliser la représentation graphique de la fonction f dans le repère orthogonal fourni. (1pt)

Voir représentation graphique

2- Modèle 2

2-1 Calculer le montant de l'impôt à payer par Benoît. (0,5pt)

$$0,1 \times (20000 - 10000) = 1000$$

Benoît devra payer 1000 euros.

2-2

Pour un revenu imposable supérieur ou égal à 10 000 euros, déterminer l'expression $g(x)$ donnant le montant de l'impôt en fonction du revenu imposable x . (1pt)

$$g(x) = 0,1 \times (x - 10000) = 0,1x - 1000$$

De quel type est cette fonction g ? (0,5pt)

La fonction g est affine

2-3 Réaliser la représentation graphique de l'impôt à payer en fonction du revenu imposable dans le même repère orthogonal. (1pt)

Voir représentation graphique

2-4 Pour un revenu imposable de 30 000 euros, déterminer à l'aide du graphique la différence entre le montant des impôts à payer dans ce modèle de calcul et celui de la première question. (0,5pt)

La différence est de 1 000 euros. Voir représentation graphique ou un tracé est attendu.

3- Modèle 3

3-1 Donner par lecture graphique le montant de l'impôt à payer pour Camille, Benoît et Delphine dont les revenus imposables sont respectivement 6000, 20000 et 40000 euros. (0,75pt)

Camille : 100 euros

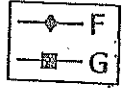
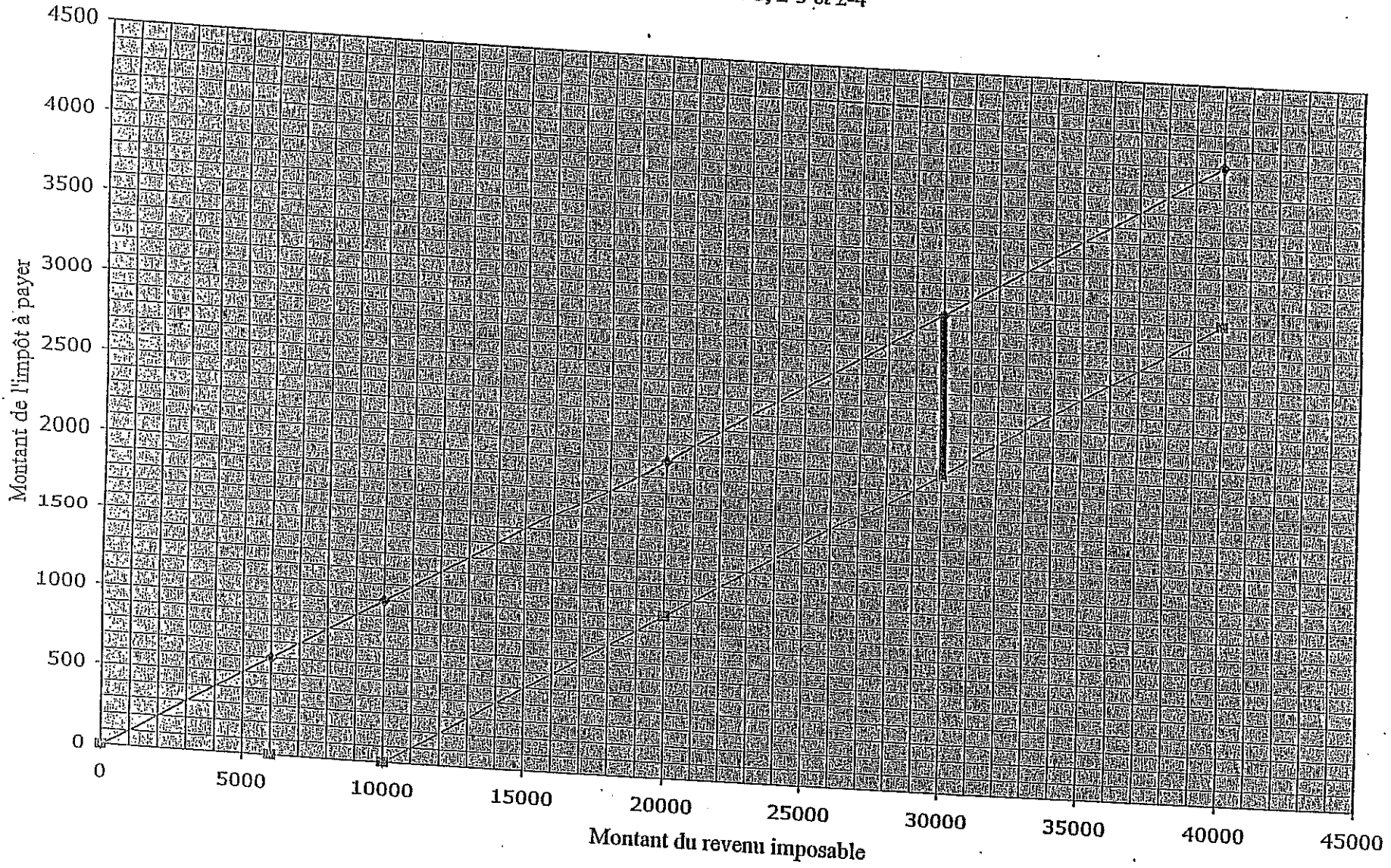
Benoît : 2 000 euros

Delphine : 7 000 euros

3-2 Dans la troisième tranche (entre 15000 et 30000 euros) quel est le taux d'imposition? (1pt)

20 %. Un exemple d'argumentation possible : pour un accroissement du revenu imposable de 15 000 euros, l'impôt à payer s'accroît de 3 000 euros.

Question 1-3, 2-3 et 2-4



ÉLÈVE	PROCÉDURES	VALIDATION	ANALYSE DES ERREURS
Jérémy	<p>Dans un premier temps, Jérémy calcule la valeur de l'ajout en utilisant la multiplication et l'addition.</p> <p>Dans un second temps, il ajoute les quantités en s'aidant du tableau de numération pour bien poser ses additions.</p>	Réponses validées.	Pas d'erreur.
Clément	<p>Dans un premier temps, Clément décompose les quantités à ajouter en groupements de mille, de cent et de dix. Des sommes sont effectuées dans chaque niveau de groupements sans que les échanges nécessaires ne soient effectués.</p> <p>Pour donner le résultat, Clément juxtapose les chiffres correspondant à chaque niveau de groupements en tenant compte de l'ordre conventionnel m-c-d-u.</p>	Résultats inexacts pour les calculs relatifs aux classes de CP.CE.CM.	Les erreurs viennent du fait que Clément n'effectue pas les échanges nécessaires entre les niveaux de groupements. Il oublie également 8 feuilles dans son calcul pour les CE.
Anthony	<p>Dans un premier temps, Anthony calcule, par addition, la quantité de feuilles apportées par le directeur. Puis, il y ajoute la quantité initiale pour identifier le nombre de feuilles dont dispose maintenant la classe. Sa procédure relève du calcul posé : additions en colonnes.</p>	<p>2 réponses non validées :</p> <ul style="list-style-type: none"> • la réponse relative à la classe de CP. • la réponse relative à la classe de CM. 	<ul style="list-style-type: none"> • La réponse relative à la classe de CP. Il s'agit d'une erreur de transcription : Anthony ajoute 800 au lieu de 817. • La réponse relative à la classe de CM. Il s'agit d'une erreur due à une mauvaise organisation de l'écriture d'un nombre dans le calcul posé (200 est écrit 2 00 : le 2 devient 2 milliers). Anthony oublie également une retenue dans son addition.

DEUXIEME VOLET

1- Pour se familiariser avec les nouveaux programmes (2002), l'enseignant a cherché dans la partie Exploitation de données numériques du référentiel fourni en annexe 2 la formulation de la compétence correspondant à cette séance. Laquelle retiendriez-vous ? 0,5 point

« Résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité en utilisant des raisonnements personnels appropriés (dont des problèmes relatifs aux pourcentages...) »

2- Compte tenu du choix des nombres proposés comme « Anciens prix » dans l'étape 2, quels vous semblent être les objectifs précis de l'enseignant ? 1 point

Les nombres choisis comme anciens prix permettent de faire jouer des relations additives ou multiplicatives et de faire émerger des procédures-élèves variées. On pourra donc proposer l'objectif suivant : « Résoudre un problème de pourcentages en recourant aux propriétés additives et multiplicatives de la linéarité. »

N.B. : La donnée 44 euros oblige à introduire une remise sous forme décimale.

3- Indiquez deux procédures accessibles à des élèves de cycle 3 permettant de calculer la remise pour 50 euros? Pour 300 euros ? Pour 540 euros ? 2 points

1^{ère} procédure : utilisation directe des propriétés de linéarité

50 est la moitié de 100 ; la remise sera la moitié de 20, soit 10.

300 est 3 fois plus grand que 100 ; la remise sera 3 fois plus importante, soit 60.

540 correspond à $500 + 40$. Pour calculer la remise correspondant à 500, on prend 5 fois 20. Pour calculer la remise correspondant à 40, on prend la remise pour 10 (soit 2) et on multiplie par 4. Pour 540, on additionne la remise correspondant à 500 et la remise correspondant à 40 : soit $100 + 8 = 108$.

2^{ème} procédure : recours à des multiples de 10

La remise est de 2 euros pour 10 euros ; pour 50 euros, elle est 5 fois plus grande, etc...

NB : Cette procédure n'est plus utilisable pour 44 et 95.

4- Sans la phase d'explicitation correspondant à l'étape 1-b, quelle erreur caractéristique des élèves de Cycle 3 risquent-ils de commettre face à ce type de problème ? 1 point

Certains élèves pourraient considérer qu'il suffit de soustraire 20 à chaque prix.

5- Quelle procédure pourrait-on attendre en début de Collège pour calculer le montant de la remise correspondant au prix initial de 300 (Etape 2) ? 0,5 point

Et en fin de Collège pour trouver directement le nouveau prix ? 1 point

Pour calculer la remise, un élève de début de collège pourrait multiplier 300 par 0,20 ou $\frac{20}{100}$.

Pour calculer le nouveau prix, un élève de fin de collège pourra multiplier 300 par 0,80.

6- Présentez la synthèse qui pourrait être proposée dans l'étape 3.

2 points

Il s'agit de mettre en évidence, à partir des procédures mises en œuvre par les élèves, les deux propriétés de linéarité :

- Le procédé de multiplication :

« Pour un prix qui est 3 ou 4 fois plus grand (ou plus petit), la remise est 3 ou 4 fois plus grande (ou plus petite). »

- Le procédé d'addition :

« Pour un prix qui est la somme de deux prix, la remise est la somme des (deux) remises obtenues séparément sur chacun des prix. »

Il s'agit aussi de dégager le fait que la remise est fonction du prix initial.

Exemples :

- Si pour 100 euros la remise est de 20 euros, alors pour 3 fois 100 euros (300 euros) la remise est de 3 fois 20 euros (60 euros).
- Si pour 300 euros la remise est de 60 euros et pour 50 euros la remise est de 10 euros, alors pour 350 euros la remise est de 70 euros.

On valorisera une synthèse adaptée à des élèves de Cycle 3 : courte / clairement exprimée / présentée avec un souci de visualisation (couleurs...) prenant appui sur des exemples.